

Olimpiada Națională de Matematică

Etapă locală – 25 februarie 2023 –

Clasa a VII-a

Barem de notare

		Soluție , rezolvare	Punctaj parțial	Punctaj
1.	1.a	In $\triangle MNP$ E este ortocentrul , avem deci $AP \perp MN$. Fie $MN \cap AP = \{F\}$. $\triangle AFN \equiv \triangle ABN$ deci $[AF] \equiv [AB]$, $[FN] = [BN]$ si $\widehat{ANF} \equiv \widehat{ANB}$ deci [NA este bisectoarea unghiului \widehat{MNB} .	3 p	7 p
	1.b	$\triangle AMF \equiv \triangle AMD$, deci $MF = MD$ si $MN = MF + FN = DM + BN$	2 p	
	1.c	$MAN = \widehat{MAF} + \widehat{FAN} = \frac{1}{2}\widehat{DAF} + \frac{1}{2}\widehat{BAF} = \frac{1}{2}\widehat{DAB}$	2 p	
2.		$A = (10a+1)(10a+9)+16 = 100a^2+100a+25 = (10a+5)^2 = \overline{a5}^2$, deci $\sqrt{A} = \overline{a5} \in \mathbb{N}^*$.		7 p
3.	3.a	$\triangle ABG \equiv \triangle MNG \Rightarrow [AB] \equiv [MN]$, analog $[AC] \equiv [MP]$, $[BC] \equiv [NP]$. Avem deci $\triangle ABC \equiv \triangle MNP$	2 p	7 p
	3.b	din a) deduce ca patrulaterele ABMN , BCNP si CAPM sunt paralelograme (diagonalele se injumatatesc)	3 p	
	3.c	$AB < AG + BG = GM + GN$, analog $AC < GM + GP$, $BC < GN + GP$, prin insumare avem deci $\underline{AB + BC + CA < 2(GM + GN + GP)}$. $2(GM + GN + GP) < 2(AB + AC + BC) \Leftrightarrow$ $2(AG + BG + CG) < 2(AB + BC + CA) :2 \Leftrightarrow \frac{2}{3}(AE + BF +$		

		$CH) < AB + BC + CA$, unde $AB \cap CG = \{H\}$, $BC \cap AG = \{E\}$, $AC \cap BG = \{F\} \Leftrightarrow 2(AE + BF + CH) < 3(AB + BC + CA)$. Dar, $AE < AB + BC/2$, $BF < BC + AC/2$, $CH < AC + AB/2$, prin însumare avem $2(AE + BF + CH) < 3(AB + BC + CA)$ deci $\underline{2(GM + GN + GP) < 2(AB + AC + BC)}$.	2 p	
4.	4.a	$a = \frac{2}{3}$ si $b = 36$	5 p	7 p
	4.b	$3a = 2 \in A$ si $\sqrt{b} = 6 \notin A$	2 p	